

文章编号 1004-924X(2011)08-1771-08

悬臂梁式压电振动能采集器的建模及实验验证

贺学锋^{1,2*}, 杜志刚², 赵兴强², 温志渝^{1,2}, 印显方²

(1. 重庆大学 光电技术及系统教育部重点实验室, 重庆 400044; 2. 重庆大学 微系统研究中心, 重庆 400044)

摘要: 为了根据环境振动和电学负载的特点对悬臂梁式微型压电振动能采集器进行优化, 本文考虑质量块质心与悬臂梁末端的位置差异, 建立了在基础激励作用下采集器的运动微分方程和边界条件。通过引入常数, 建立了对单压电层、双压电层并联和双压电层串联的3个悬臂梁式微型压电振动能采集器均适用的耦合电路方程, 得到了采集器固有频率和振型的表达式, 推导了简谐基础激励和任意基础激励作用下的输出电压表达式。实验结果显示, 对于3个振动能采集器样机而言, 以上固有频率和输出电压表达式的相对误差分别小于10%和20%, 表明该模型基本满足微型压电振动能采集器优化设计的要求。

关键词: 压电振动能采集器; 悬臂梁; 建模

中图分类号: TN384 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20111908.1771

Modeling and experimental verification for cantilevered piezoelectric vibration energy harvester

HE Xue-feng^{1,2*}, DU Zhi-gang², ZHAO Xing-qiang², WEN Zhi-yu^{1,2}, YIN Xian-fang²

(1. Key Laboratory of Optoelectronic Technology and Systems of the Education Ministry of China, Chongqing University, Chongqing 400044, China;
2. Microsystem Research Center, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

* Corresponding author, E-mail: hexuefeng@cqu.edu.cn

Abstract: To optimize cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters according to the characters of the environmental vibration and the electrical loads, a differential equation of motion and the boundary conditions for a cantilevered piezoelectric vibration energy harvester were established in consideration of the position difference between the center of proof mass and the free end of cantilever. A uniform coupled circuit equation applicable to the harvesters with one piezoelectric layer, two series connected piezoelectric layers and two parallel connected piezoelectric layers was developed by introducing several constants, and the expressions of the natural frequencies and corresponding mode shapes were obtained. Furthermore, the closed-form expressions of the output voltages were derived for harmonic base accelerometer excitations and arbitrary base accelerometer excitations. Experimental results indicate that the relative errors of the natural frequency expression and the output voltage expression are smaller than 10% and 20% respectively for three harvester prototypes, which shows that the model

收稿日期: 2011-01-29; **修订日期:** 2011-02-27.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 61076106); 高等学校科技创新工程重大项目培育基金资助项目(No. 708072); 国家 863 高技术研究发展计划资助项目(No. 2008AA04Z310)

satisfies the requirements of optimizing harvesters.

Key words: piezoelectric vibration energy harvester; cantilever; modeling

1 引言

将环境中的物理能(如光能、热能、机械能等)转换为电能的微能源(如微型太阳能电池、微型热电池、微型振动能量采集器等)具有低成本、小体积、长寿命、易集成、不需更换或充电等诸多优点,特别适合于为无线传感网络节点等供电,受到国内外的广泛关注。微型振动能量采集器可以将环境中广泛存在的振动能量转换为电能,是目前微能源研究的热点。根据机电转换原理的不同,微型振动能量采集器可以分成电磁式、静电式和压电式三类^[1-8],也可以同时应用多种机电转换原理将微结构的振动能量转换为电能,以进一步提高能量转换效率^[9,10]。微型压电振动能量采集器大多采用悬臂梁结构,为了提高环境振动能量获取效率,悬臂梁式微型压电振动能量采集器一般在悬臂梁末端增加了一个较大的质量块以增大惯性力^[1-2, 8-10, 12-13]。

建立理论模型是进行微型振动能量采集器优化设计的基础,国内外对悬臂梁式微型压电振动能量采集器的理论模型已经开展了一些研究。Roundy 等^[1]忽略了悬臂梁末端位移与质量块质心位移的差异,建立了悬臂梁式微型压电振动能量采集器的集总参数模型,得到了一阶频率、输出电压和输出功率的表达式。Erturk 等^[11,14]建立了悬臂梁式微型压电振动能量采集器的连续模型,该模型不仅忽略了悬臂梁末端位移与质量块质心位移的差异,还忽略了质量块惯性力作用点与梁的末端的位置差异;当质量块长度与梁长度相当时,以上模型误差较大,不能满足采集器优化设计的要求。贺学锋等^[12]考虑了悬臂梁末端位移与质量块质心位移的差异,以及质量块惯性力作用点与梁的末端的位置差异,建立了悬臂梁式微型压电振动能量采集器的集总参数模型,提高了采集器固有频率和输出电压的精度。Kim 等^[13]考虑质量块的影响,基于能量法建立了具有较高精度的悬臂梁式微型压电振动能量采集器的理论模型。本文根据压电梁的运动微分方程,推导了悬臂梁式微型压电振动能量采集器的连续模型,并对模型进行了实验验证。

2 悬臂梁式压电振动能量采集器建模

2.1 采集器运动微分方程

在基础激励作用下的悬臂梁式微型压电振动能量采集器如图 1 所示,其中基础激励为 y 方向的平动 $w_b(t)$ 。采集器上任一点在 y 方向的位移为:

$$w(x,t) = w_b(t) + w_{rel}(x,t), \quad (1)$$

其中 $w_{rel}(x,t)$ 为横坐标为 x 的点相对于基础在 y 方向的挠度。设梁的长度为 L_b , 在 $L_0 \leq x \leq L_0 + L_e$ 区间的压电层上、下表面布置有电极, m 为单位长度梁的质量, 质量块的长度为 L_m , 质量为 M_1 , 相对于质心的转动惯量为 I_1 。

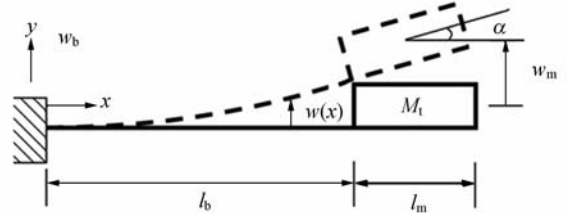


图 1 悬臂梁式微型压电振动能量采集器示意图

Fig. 1 Schematic of cantilevered piezoelectric vibration energy harvester

设悬臂梁在坐标为 x 的横截面的内力产生的力矩为 $M(x,t)$, 则运动微分方程为^[11,14]

$$M'(x,t) + c_s I \dot{w}_{rel}^{(4)}(x,t) + c_{a_1} \dot{w}_{rel}(x,t) + m \ddot{w}_{rel}(x,t) = -m \ddot{w}_b(t) - c_{a_{10}} \dot{w}_b(t), \quad (2)$$

其中 I 为悬臂梁横截面的惯性矩, c_s 为材料的应变率阻尼系数, c_{a_1} 为与相对速度对应的空气阻尼系数, $c_{a_{10}}$ 为与基础运动速度对应的空气阻尼系数。对于未封装的采集器, $c_{a_1} = c_{a_{10}}$, 而对于封装于管壳内的采集器, $c_{a_{10}} < c_{a_1}$ 。上式中, 变量对坐标 x 的偏微分用右上标表示, 对时间 t 的偏微分用位于变量上面的点表示。

设悬臂梁含 k 个厚度分别为 h_{s_i} 的结构层, n 个厚度分别为 h_{p_i} 压电层, 结构层和压电层的宽度均为 b , 则内力产生的力矩为^[11]

$$M(x, t) = -b \left(\sum_{i=1}^k \int_{h_{s_i}} T_1^s y dy + \sum_{i=1}^n \int_{h_{p_i}} T_1^p y dy \right). \quad (3)$$

压电层本构方程为

$$T_1^s = Y_s S_1^s, \quad T_1^p = \bar{c}_{11}^E S_1^p - \bar{e}_{31} E_3. \quad (4)$$

当压电陶瓷极化方向向上时, \bar{e}_{31} 为正, 反之 \bar{e}_{31} 为负。

距离中性轴 y 处的应变为^[11]

$$S_1(x, y, t) = -y w''_{\text{rel}}(x, t). \quad (5)$$

将式(3), (4)和(5)代入式(2), 得

$$YI w_{\text{rel}}^{(4)}(x, t) + c_s I \dot{w}_{\text{rel}}^{(4)}(x, t) + c_{a_1} \dot{w}_{\text{rel}}(x, t) + m \ddot{w}_{\text{rel}}(x, t) + [\delta'(L_0) - \delta'(L_0 + L_e)] \sum_{i=1}^n \vartheta_i V_{p_i}(t) = -m \ddot{w}_b(t) - c_{a_{10}} \dot{w}_b(t), \quad (6)$$

其中 $\delta(x)$ 为狄拉克函数, $V_{p_i}(t)$ 为第 i 层压电层上、下表面的电势差, 当上表面电势高于下表面电势时 $V_{p_i}(t)$ 为正, 反之为负。式中

$$\vartheta_i = -\frac{\bar{e}_{31} b}{h_{p_i}} \int_{h_{p_i}} y dy. \quad (7)$$

令 $V_{p_i}(t) = \beta_i V(t)$, 其中 $V(t)$ 为采集器输出电压, 则(6)可以表示为

$$YI w_{\text{rel}}^{(4)}(x, t) + c_s I \dot{w}_{\text{rel}}^{(4)}(x, t) + c_{a_1} \dot{w}_{\text{rel}}(x, t) + m \ddot{w}_{\text{rel}}(x, t) + q V(t) = -m \ddot{w}_b(t) - c_{a_{10}} \dot{w}_b(t), \quad (8)$$

其中 $q = [\delta'(L_0) - \delta'(L_0 + L_e)] \sum_{i=1}^n \vartheta_i \beta_i$ 。

2.2 固有频率及振型

暂不考虑阻尼力和压电效应影响, 得与方程(8)对应的齐次微分方程^[11]

$$YI w_{\text{rel}}^{(4)}(x, t) + m \ddot{w}_{\text{rel}}(x, t) = 0. \quad (9)$$

为了得到以上悬臂梁式微型压电振动能采集器的固有频率(ω)和振型(ϕ), 引入质量块的影响作为悬臂梁自由端的边界条件。令 $w_{\text{rel}}(x, t) = \phi(x) e^{j\omega t}$, 代入(9), 利用 $x=0$ 处的边界条件 $w_{\text{rel}}(0, t) = 0$ 和 $w'_{\text{rel}}(0, t) = 0$, 得

$$\phi(x) = B_1 \left[\cos \frac{\lambda}{L_b} x - \cosh \frac{\lambda}{L_b} x \right] + B_2 \left[\sin \frac{\lambda}{L_b} x - \sinh \frac{\lambda}{L_b} x \right], \quad (10)$$

其中 $\lambda = L_b \sqrt{\frac{m\omega^2}{YI}}$ 。

悬臂梁末端(即 $x=L_b$ 处)边界条件为

$$YI \phi'''(L_b) = -M_t \omega^2 \phi(L_b) - 0.5 \omega^2 M_t L_m \phi'(L_b), \quad (11)$$

$$YI \phi''(L_b) = -0.5 YI L_m \phi'''(L_b) + \omega^2 I_t \phi'(L_b). \quad (12)$$

将式(10)代入以上两式, 得

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (13)$$

其中

$$A_1 = (\sin \lambda - \sinh \lambda) + \frac{M_t \lambda}{m L_b} (\cos \lambda - \cosh \lambda) - \frac{M_t L_m \lambda^2}{2 m L_b^2} (\sin \lambda + \sinh \lambda),$$

$$A_2 = -(\cos \lambda + \cosh \lambda) + \frac{M_t \lambda}{m L_b} (\sin \lambda - \sinh \lambda) + \frac{M_t L_m \lambda^2}{2 m L_b^2} (\cos \lambda - \cosh \lambda),$$

$$A_3 = -(\cos \lambda + \cosh \lambda) + \frac{L_m \lambda}{2 L_b} (\sin \lambda - \sinh \lambda) + \frac{I_t \lambda^3}{m L_b^3} (\sin \lambda + \sinh \lambda),$$

$$A_4 = -(\sin \lambda + \sinh \lambda) - \frac{L_m \lambda}{2 L_b} (\cos \lambda + \cosh \lambda) - \frac{I_t \lambda^3}{m L_b^3} (\cos \lambda - \cosh \lambda). \quad (14)$$

为了使 B_1, B_2 不同时为零, 则必须满足以下频率方程

$$A_1 A_4 - A_2 A_3 = 0, \quad (15)$$

求解(15), 得 λ 的一系列根 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \dots$, 其中与 λ_r 对应的固有频率为

$$\omega_r = \lambda_r^2 \sqrt{\frac{YI}{m L_b^4}}. \quad (16)$$

由(13)的第一式, 知 $B_2 = -\frac{A_1}{A_2} B_1$, 得到与 ω_r

对应的振型为

$$\phi_r(x) = C_r \left[\left(\cos \frac{\lambda_r}{L_b} x - \cosh \frac{\lambda_r}{L_b} x \right) + \frac{A_{1r}}{A_{2r}} \left(\sin \frac{\lambda_r}{L_b} x - \sinh \frac{\lambda_r}{L_b} x \right) \right] \quad (17)$$

其中

$$A_{1r} = (\sin \lambda_r - \sinh \lambda_r) + \frac{M_t \lambda_r}{m L_b} (\cos \lambda_r - \cosh \lambda_r) - \frac{M_t L_m \lambda_r^2}{2 m L_b^2} (\sin \lambda_r + \sinh \lambda_r)$$

$$A_{2r} = (\cos \lambda_r + \cosh \lambda_r) - \frac{M_t \lambda_r}{m L_b} (\sin \lambda_r - \sinh \lambda_r) - \frac{M_t L_m \lambda_r^2}{2 m L_b^2} (\cos \lambda_r - \cosh \lambda_r), \quad (18)$$

以上频率方程(15)与 Kim 等^[13]采用能量法得到的公式一致。

2.3 归一化运动方程

表达式(17)中 C_r 为归一化振型函数的幅值,可采用以下方程进行归一化

$$\int_0^{L_s} \phi_s(x) m \phi_r(x) dx + \phi_s(L_b) M_t \phi_r(L_b) + 0.5 L_m \phi_s(L_b) M_t \phi_r'(L_b) + 0.5 L_m \phi_r(L_b) M_t \phi_s'(L_b) + 0.25 L_m^2 \phi_s'(L_b) M_t \phi_r'(L_b) + \phi_s'(L_b) I_t \phi_r'(L_b) = \delta_{rs}. \quad (19)$$

设 $\phi_r(x)$ 为第 r 阶固有振动的归一化振型,相应模态坐标为 $\eta_r(t)$, 则

$$\omega_{rel}(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r(x) \eta_r(t). \quad (20)$$

代(20)入(8),并应用正交条件(19)将材料阻尼和空气阻尼并入模态阻尼项,得

$$\ddot{\eta}_r(t) + 2\zeta_r \omega_r \dot{\eta}_r(t) + \omega_r^2 \eta_r(t) + \chi_r V(t) = f_r(t), \quad (21)$$

其中

$$\chi_r = \sum_{i=1}^n \vartheta_i \beta_i \phi_r'(x) \Big|_{L_0^{+L_e}} M_{L_0}. \quad (22)$$

模态力为

$$f_r(t) = \left[-m \int_0^{L_b} \phi_r(x) dx - \phi_r(L_b) M_t - 0.5 L_m \phi_r'(L_b) M_t \right] \ddot{w}_b(t). \quad (23)$$

2.4 耦合电路方程

微型压电振动能采集器可以等效为与一个电容器并联的电流源^[11]。下面以单压电层、双压电层串联和双压电层并联的振动能采集器为电阻负载 R_1 供电为例,进行耦合电路方程的推导。

对单压电层, $n=1, \beta_1=1$, 相应的

$$\vartheta_1 = -\frac{\bar{e}_{31} b}{2h_p} y^2 \Big|_{y=y_1^{+h_p}}^{y=y_1}, \quad (24)$$

其中 y_1 为压电层下表面的 y 坐标, h_p 为压电层厚度。(22)简化为

$$\chi_r = \vartheta_1 \phi_r'(x) \Big|_{L_0^{+L_e}}. \quad (25)$$

由压电层本构方程

$$D_3 = \bar{e}_{31} S_1^p + \bar{\epsilon}_{33}^s E_3, \quad (26)$$

其中 $\bar{\epsilon}_{33}^s$ 为常应力条件下的介电常数。

电流为

$$\int_A \dot{D} \cdot n dA = \frac{V(t)}{R_1}, \quad (27)$$

其中 $V(t)$ 为该压电层上下表面的电势差,场强为 $E_3 = -V(t)/h_p$ 。将(26)对有电极的压电层表面进行积分并对时间取一阶导数,得

$$\frac{\bar{\epsilon}_{33}^s b L}{h_p} \dot{V}(t) + \frac{1}{R_1} V(t) = -\bar{e}_{31} h_{pc} b \int_{L_0}^{L_0+L_e} \dot{w}_{rel}''(x, t) dx. \quad (28)$$

将式(17)带入上式,得

$$C_p \dot{V}(t) + \frac{V(t)}{R_1} = i_p(t), \quad (29)$$

其中

$$C_p = \frac{\bar{\epsilon}_{33}^s b L_e}{h_p}, i_p(t) = \sum_{r=1}^{\infty} k_r \dot{\eta}_r(t), \quad k_r = -\bar{e}_{31} h_{pc} b \phi_r'(x) \Big|_{x=L_0^{+L_e}}. \quad (30)$$

其中 h_{pc} 为中性轴到压电层中心的距离。

对双压电层串联情形,设中间结构层厚度为 h_s ,上、下压电层的厚度均为 h_p 。此时表达式(22)中的 $n=2, \beta_1=\beta_2=0.5$, 相应的

$$\vartheta_1 = -\frac{\bar{e}_{31} b}{2h_p} y^2 \Big|_{y=0.5h_s+h_p}^{y=0.5h_s+h_p}, \quad (31)$$

其中 \bar{e}_{31} 的符号由上压电层的极化方向决定, $\vartheta_2 = \vartheta_1$ 。(22)简化为

$$\chi_r = \vartheta_1 \phi_r'(x) \Big|_{L_0^{+L_e}}, \quad (32)$$

对双压电层串联,得

$$\frac{C_p}{2} \dot{V}(t) + \frac{V(t)}{R_1} = i_p(t), \quad (33)$$

相应参数的取值同式(30)。

对双压电层并联情形,同双压电层串联一样,设中间结构层厚度为 h_s ,上、下压电层厚度均为 h_p 。此时表达式(22)中的 $n=2, \beta_1=-\beta_2=1, \vartheta_1$ 的表达式如(31), $\vartheta_2 = -\vartheta_1$ 。(22)简化为

$$\chi_r = 2\vartheta_1 \phi_r'(x) \Big|_{L_0^{+L_e}}. \quad (34)$$

对双压电层并联,得

$$C_p \dot{V}(t) + \frac{V(t)}{2R_1} = i_p(t). \quad (35)$$

相应参数的取值同(30)。

对以上几种情形,令单压电层的 $\alpha_1=1, \alpha_2=2$; 双压电层串联时 $\alpha_1=1, \alpha_2=1$; 双压电层并联时 $\alpha_1=2, \alpha_2=2$, 则(25)(32)(34)可以统一为

$$\chi_r = \alpha_1 \vartheta_1 \phi_r'(x) \Big|_{L_0^{+L_e}}. \quad (36)$$

耦合电路方程(29)(33)(35)可以统一为

$$\frac{\alpha_2 C_p}{2} \dot{V}(t) + \frac{V(t)}{\alpha_1 R_1} = i_p(t). \quad (37)$$

2.5 响应分析

在基础加速度激励 $\ddot{w}_b(t) = A_0 e^{j\omega t}$ 作用下,式(23)所示的模态力可表示为 $f_r(t) = F_r e^{j\omega t}$, 其中

$$F_r = \mu_r A_0, \quad (38)$$

式中

$$\mu_r = - \left[m \int_0^{L_b} \phi_r(x) dx + M_t \phi_r(L_b) + 0.5 L_m M_t \phi_r'(L_b) \right]. \quad (39)$$

设梁的稳态响应和负载的稳态电压分别为 $\eta_r(t) = H_r e^{j\omega t}$ 和 $V(t) = V e^{j\omega t}$, 由(21)和(37)得

$$(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega_r \omega) H_r + \chi_r V = F_r, \quad (40)$$

$$\left(\frac{1}{\alpha_1 R_1} + j\omega \frac{\alpha_2 C_p}{2} \right) V - j\omega \sum_{r=1}^{\infty} k_r H_r = 0. \quad (41)$$

令

$$a_r(\omega) = \omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega_r \omega. \quad (42)$$

输出电压为

$$V(t) = H_V(\omega) A_0 e^{j\omega t}, \quad (43)$$

其中输出电压相对于基础加速度的传递函数为

$$H_V(\omega) = \frac{\sum_{r=1}^{\infty} j\omega k_r \mu_r / a_r(\omega)}{1/\alpha_1 R_1 + j\omega \alpha_2 C_p / 2 + \sum_{r=1}^{\infty} j\omega k_r \chi_r / a_r(\omega)}. \quad (44)$$

悬臂梁上任一点的相对挠度可以由(20)式得到, 其中取

$$\eta_r(t) = \frac{(\mu_r - \chi_r H_V(\omega))}{a_r(\omega)} A_0 e^{j\omega t}. \quad (45)$$

由式(20)和式(45)得相对位移的传递函数为

$$H_{w_{rel}}(x, \omega) = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(\mu_r - \chi_r H_V(\omega))}{a_r(\omega)} \phi_r(x). \quad (46)$$

在任意基础激励下, 令 $A(\omega)$ 为基础加速度激励 $\ddot{w}_b(t)$ 的傅里叶变换, 即 $A(\omega) =$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \ddot{w}_b(t) e^{-j\omega t} dt, \text{ 则输出电压为}$$

$$V(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_V(\omega) A(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (47)$$

相对位移为

$$w_{rel}(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_{w_{rel}}(x, \omega) A(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (48)$$

振动能采集器在应用时, 为了得到较大的输出功率, 一般是使基础激励的频率与采集器某阶固有频率接近, 即 $\omega \approx \omega_r$, 以使采集器产生较大幅度的振动。若采集器在第 r 阶固有频率附近没有其他频率, 此时采集器的响应中主要受第 r 阶振动的影 响, 此时式(43)和(45)可以分别简化为

$$\hat{V}(t) = \frac{j2\alpha_1 \omega R_1 k_r \mu_r A_0 e^{j\omega t}}{a_r(\omega) (2 + j\alpha_1 \alpha_2 \omega R_1 C_p) + j2\alpha_1 \omega R_1 k_r \chi_r}, \quad (49)$$

$$\hat{w}_{rel}(x, t) = \frac{(2 + j\alpha_1 \alpha_2 \omega R_1 C_p) \mu_r \phi_r(x) A_0 e^{j\omega t}}{a_r(\omega) (2 + j\alpha_1 \alpha_2 \omega R_1 C_p) + j2\alpha_1 \omega R_1 k_r \chi_r}. \quad (50)$$

当 $\omega \approx \omega_r$ 时的单模态传递函数为

$$\hat{H}_V(\omega) = \frac{j2\alpha_1 \omega R_1 k_r \mu_r}{a_r(\omega) (2 + j\alpha_1 \alpha_2 \omega R_1 C_p) + j2\alpha_1 \omega R_1 k_r \chi_r}, \quad (51)$$

$$\hat{H}_{w_{rel}}(x, \omega) = \frac{(2 + j\alpha_1 \alpha_2 \omega R_1 C_p) \mu_r \phi_r(x)}{a_r(\omega) (2 + j\alpha_1 \alpha_2 \omega R_1 C_p) + j2\alpha_1 \omega R_1 k_r \chi_r}, \quad (52)$$

在任意基础激励作用下的输出电压为

$$\hat{V}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}_V(\omega) A(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (53)$$

相对位移为

$$\hat{w}_{rel}(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}_{w_{rel}}(x, \omega) A(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (54)$$

当忽略质量块的长度(即取 $L_m = 0$)时, 以上连续模型与 Erturk 等的模型^[11]一致。

3 实验结果及分析

为了对以上悬臂梁式微型压电振动能采集器的模型进行验证, 制作了 3 个微型振动能采集器样机。悬臂梁的上、下压电层均采用厚度为 139 μm 的 PZT-5H 材料, 两个压电层的极化方向相反(即两个压电层串联), 中间金属层厚度为 102 μm , 3 个样机的压电梁长度分别为 15.34 mm, 10.66 mm 和 7.62 mm。PZT-5H 弹性模量为 6.2×10^{10} Pa, 压电应变常数为 320×10^{-12} C/N, 相对介电常数为 3800。采用微组装技术在样机的悬臂梁自由端固定了钨合金质量块, 其中样机一质量块的长、宽、高分别为 9.92 mm, 7.82 mm 和 5.04 mm, 样机二和样机三的质量块相同, 其长、宽、高分别为 7.98 mm, 6.02 mm 和 4.84 mm, 质量块密度为 17.9×10^3 kg/m³。将压电梁的固定端固定于支座上, 然后将支座安装在振动台上进行了测试, 图 2 是一个安装在在振动台上的悬臂梁式微型压电振动能采集器。在振动台上对采集器样机施加幅值恒定的简谐加速度激励, 测量采集器在不同频率恒定幅值的加速度作用下的输出电压, 取最大输出电压对应的频率为采集器固有频率, 其中激励样机一的加速度幅值为 3 m/s², 激励样机二和样机三的加速度幅值均为 5 m/s², 实验得到的 3 个样机的阻尼比分别为

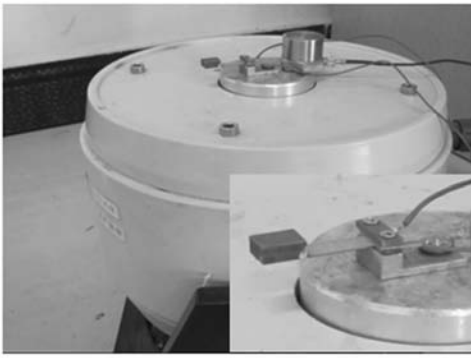


图 2 固定于振动台上的振动能量采集器

Fig. 2 Vibration energy harvester fixed on vibration table

3.12%, 4.32% 和 3.09%。表 1 列出了样机的固有频率和开路电压,其中第三列是实验结果,第四列是根据前面的理论公式得到的结果,由表 1 可见,固有频率公式的相对误差小于 10%,输出电压公式的相对误差小于 20%。样品二的开路电压随频率的变化关系如图 3 所示,由图可见,根据公式(49)得到的开路电压与实验结果吻合良好。采用 Erturk 等的模型^[11]得到的 3 个样品的固有频率分别为 70.5 Hz、154 Hz 和 240 Hz,与实验结果的相对误差很大,均大于 40%。该模型误差

表 1 样机的固有频率与开路电压

Tab. 1 Natural frequencies and open-circuit voltages of prototypes

样品	参数	测试	理论	相对误差/%
1	频率/Hz	48.1	47.9	-0.4
	电压/V	21.5	24.8	12.2
2	频率/Hz	107	101	-5.6
	电压/V	8.78	9.35	6.5
3	频率/Hz	144	142	-1.4
	电压/V	8.16	7.86	-3.7

参考文献:

- [1] ROUNDY S, WRIGHT P K. A piezoelectric vibration based generator for wireless electronics [J]. *Smart Materials and Structures*, 2004, 13: 1131-1142.
- [2] PARK J C, LEE D H, PARK J Y, et al.. High

大的根本原因就在于其忽略了质量块质心位置与悬臂梁末端的差异,这相当于减小了质量块的位移或提高了梁的刚度,因此得到的固有频率必然偏高,当质量块长度与梁的长度相当时,该模型并不适用。以上实验表明,前面推导的悬臂梁式微型压电振动能采集器的理论模型具有较高精度,对带大质量块的悬臂梁式微型压电振动能采集器同样适用。

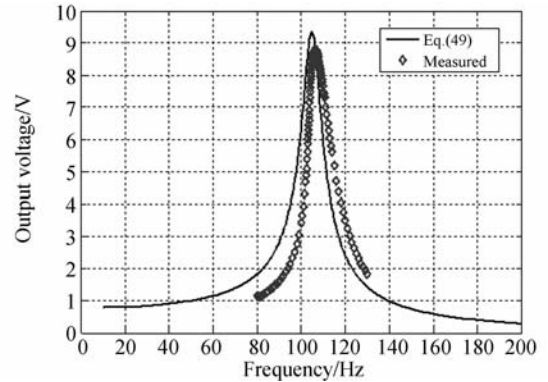


图 3 样品 2 开路电压

Fig. 3 Open-circuit voltage of prototype 2

4 结 论

在建立带质量块的悬臂梁式微型压电振动能采集器的理论模型时,需要考虑质量块质心与悬臂梁末端位移的差异和质量块惯性力作用点与悬臂梁末端位置的差异。本文引入了几个常数建立的悬臂梁式微型压电振动能采集器耦合电路方程,对单压电层、串联双压电层和并联双压电层情况均适用。根据采集器运动微分方程和耦合电路方程,分别得到了采集器固有频率和输出电压的表达式,实验结果表明,对于 3 个原理样机而言,固有频率和输出电压表达式的相对误差分别小于 10% 和 20%,基本满足微型振动能采集器优化设计的需求。

- Performance Piezoelectric MEMS Energy Harvester Based on d33 Mode of PZT Thin Film on Buffer-Layer with PbTiO₃ Inter-Layer [C]. *Transducers 2009, Denver, CO, USA, 2009*: 517-520.
- [3] BEEBY S P, TORAH R N, TUDOR M J, et al.. A micro electromagnetic generator for vibration energy harvesting [J]. *Journal of Micromechanics*

and *Microengineering*, 2007,17:1257-1265.

- [4] SARI I, BALKAN T, KULAH H. An electromagnetic micro power generator for low-frequency environmental vibrations based on the frequency upconversion technique [J]. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2010,19(1):14-27.
- [5] HOFFMANN D, FOLKMER B, MANOLI Y. Fabrication, characterization and modeling of electrostatic micro-generators [J]. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2009, 19: 094001.
- [6] HALVORSEN E, WESTBY E R, HUSA S, et al.. An Electrostatic Energy Harvester with Eelectret Bias [C]. *Transducers 2009, Denver, CO, USA*, 2009:1381-1384.
- [7] 阚君武, 唐可洪, 王淑云, 等. 压电悬臂梁发电装置的建模与仿真分析[J]. *光学精密工程*, 2008,16(1):71-75.
KAN J W, TANG K H, WANG S Y, et al.. Modeling and simulation of piezoelectric cantilever generators [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008,16(1): 71-75. (in Chinese)
- [8] 贺学锋, 温志渝, 温中泉. 压电式振动发电机的建模及应用[J]. *光学精密工程*, 2009,17(6):1436-1441.
HE X F, WEN Z Y, WEN Z Q. Modeling and application of a piezoelectric vibration-Based power generator [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009,17(6): 1436-1441. (in Chinese)
- [9] 任婧, 陈旭远. 用于多频振动的 MEMS 复合式能量采集器的设计[J]. *光学精密工程*, 2009,17(6): 1367-1372.
REN J, CHEN X Y. Design of MEMS hybrid energy generator for multi-frequency vibration [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009,17(6):1367-1372. (in Chinese)
- [10] WISCHKE M, MASUR M, WOIAS P. A Hybrid Generator for Vibration Energy Harvesting Applications [C]. *Transducers 2009, Denver, CO, USA*, 2009:521-524.
- [11] ERTURK A, INMAN D J. An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations [J]. *Smart Materials and Structures*, 2009, 18: 025009.
- [12] 贺学锋, 温志渝, 温中泉, 等. 振动式压电发电机的理论模型与实验研究[J]. *纳米技术与精密工程*, 2007,5(4):307-310.
HE X F, WEN Z Y, WEN Z Q, et al.. Mathematical model and experiment of vibration-Based piezoelectric generator [J]. *Nanotechnology and Precision Engineering*, 2007, 5(4): 307-310. (in Chinese)
- [13] KIM M, HOEGEN M, DUGUNDJI J, et al.. Modeling and experimental verification of proof mass effects on vibration energy harvester performance [J]. *Smart Materials and Structures*, 2010,19:045023.
- [14] ERTURK A, INMAN D J. A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters [J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2008,130:041002.

作者简介:



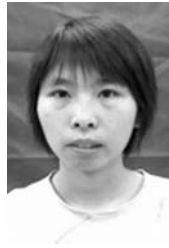
贺学锋(1970—),男,重庆人,博士,副教授,2005年于北京大学获得博士学位,主要研究方向为微加工技术、微能源技术和压电传感器与执行器的研究。
E-mail: hexuefeng@cqu.edu.cn



杜志刚(1987—),男,湖北人,硕士研究生,研究方向为微能源技术。E-mail: dzg19870311@126.com



赵兴强(1982—),男,江苏人,博士研究生,研究方向为微能源技术。E-mail: zxq8562@163.com



印显方(1985—),女,重庆人,硕士研究生,研究方向为压电声波传感器。E-mail: 247293017@qq.com



温志渝(1949—),男,重庆人,教授,博士生导师,1982年于四川大学获得学士学位,主要从事光电技术、微纳技术的研究。E-mail: wzy@cqu.edu.cn

● 下期预告

叠加 Y 环单元频率选择表面的设计

陈 新,高劲松,王岩松,冯晓国,梁凤超

(中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所 光学系统先进制造技术重点实验室,吉林 长春 130033)

为了延迟频率选择表面(FSS)的高次谐振,实现无干扰的单通带滤波器,本文对 Y 环单元进行改造得到叠加 Y 环单元图形。运用谱域法对其分析,并与 Y 环单元对比,分别讨论了角度稳定性、极化稳定性、-3 dB 带宽和高次谐振点。分析表明:当中心频点同为 17.6 GHz 时,叠加 Y 环单元具有更窄的带宽,而高次谐波向后延迟 6.5 GHz,并保证了良好的极化稳定性和角度稳定性。叠加 Y 环单元臂长从 2.78 mm 增大到 3.18 mm 时,中心频率从 17.6 GHz 下降到 14.1 GHz;臂宽从 1.1 mm 增大到 1.5 mm 时,中心频率从 17.6 GHz 提高到 20.6 GHz,带宽变大;单元间距从 7.2 mm 增加到 8 mm 时,带宽从 4.5 GHz 减小到 3.5 GHz,中心频点不变;缝隙宽度增大时,带宽变大,中心频点升高。在微波暗室中对叠加 Y 环单元 FSS 进行测试,结果与预期一致。结果显示,叠加 Y 环单元在保证角度稳定性与极化稳定性前提下,能够延迟高次谐振点,为工作频段内实现单通带滤波器提供了新的思路。